ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 SEPTEMBRE 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le Tome 160 (janvier-juin 1915) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

MINÉRALOGIE. — *La constitution des roches volcaniques de l'Extrême Nord de Madagascar et de Nosy bé; les ankaratrites de Madagascar en général.* Note (¹) de M. **A. Lacroix**.

La nature des laves rejetées par les volcans de l'Archipel des Comores étant établie (²), je me propose de préciser celle des produits des deux régions volcaniques les moins éloignées, c'est-à-dire de l'Extrême Nord de Madagascar, situé à environ 400^{km} (E.-E.-N.) de Mayotte et de Nosy bé distante d'un peu plus de 300^{km} (E.-E.-S.) de la même île.

L'Extrême Nord de Madagascar est formé par le Bobaomby, séparé par la baie de Diégo-Suarez du Massif d'Ambre auquel il est réuni par un long isthme dentelé. Cette région est la mieux connue de la Colonie au point de vue géologique, grâce aux travaux de M. Paul Lemoine (³), à l'obligeance duquel je dois tous ceux des échantillons étudiés que je n'ai pas recueillis moi-même.

(¹) Séance du 4 septembre 1916.

(²) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 213.

(³) *Études géologiques dans le nord de Madagascar*. Paris, 1906.

Les éruptions volcaniques du Bobaomby sont datées ; des coulées basaltiques, associées à des tufs, sont intercalées dans des calcaires que M. Lemoine considère comme aquitaniens. Ces basaltes sont feldspathiques et se trouvent à l'extrême limite des types essexitiques. Dans l'isthme d'Andrakaka et dans le voisinage, les sédiments du Crétacé supérieur sont traversés ou recouverts par des filons ou des coulées d'une phonolite tinguaïtique.

Le Massif d'Ambre consiste en un vaste socle de coulées et de tufs basaltiques, accompagnés de quelques limburgites et aussi de roches hololeucocrates, malheureusement fort altérées : rhyolites à plagioclases, trachytes à anorthose et enfin trachytes à ægyrine néphélinifères [1]. Sur ce socle, se dressent des cônes de scories, à cratère parfois rempli par un lac ; des coulées sont descendues dans toutes les directions du massif au fond des vallées actuelles. Pour n'être plus en activité, ces volcans n'en sont donc pas moins fort récents. Dans leurs tufs, se rencontrent de gros cristaux de hornblende et de ferropicotite d'origine magmatique, de zircon rouge orangé et de corindon bleu, empruntés à un substratum granitique invisible.

Les analyses suivantes donnent une idée de la composition des laves de ces deux massifs : *a*. Basalte doléritique de Befamoty (la Table), Bobaomby, III.'6.3.4 ; — *b*. Basalte essexitique, Rivière des Maques entre le camp d'Ambre et Antongombato (Massif d'Ambre), III.6.'3.4 ; — *c*. Tinguaïte, Andrakaka, I'.6.1.4 : ces trois analyses ont été effectuées par M. Boiteau. N'ayant pu faire analyser les trachytes néphélinifères trop altérés, je donne en *d* la composition d'une roche identique, mais à plus gros grain (sölvsbergite néphélinifère) de Nosy Kivanjy, près de la pointe d'Ambavatoby, II.5.1.4 ; cette analyse, comme la suivante, est due à M. Pisani ; — *e*. Rhyolite, entre Ampombiantombo et Bibasoaka (Massif d'Ambre), I.3.(1)2.3.

---

(1) Je distingue les roches pauvres en néphéline (appartenant à l'ordre 5) par le qualificatif de *néphélinifère*, par opposition aux roches *néphéliniques*, dans lesquelles la proportion de la néphéline exprimée est plus élevée.

	a.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
SiO^2	45,70	45,80	54,97	60,20	77,31
Al^2O^3	13,03	14,06	21,27	15,85	10,63
Fe^2O^3	2,84	5,16	2,28	2,95	0,91
FeO	9,10	7,95	1,02	3,60 (1)	0,68
MgO	10,80	6,96	0,33	1,65	1,21
CaO	11,07	9,25	1,65	2,75	0,76
Na^2O	3,12	4,67	8,87	7,38	3,05
K^2O	1,43	2,38	6,15	3,32	3,33
TiO^2	1,33	2,17	0,35	0,39	0,07
P^2O^5	0,45	0,89	0,14	0,07	»
H^2O à 105°	0,31	0,12	0,31	2,00	1,80
» au rouge	1,12	0,55	2,44		
	100,30	99,96	99,78	100,16	99,75

On remarquera la grande analogie que présente l'ensemble de ces roches avec celles des Comores, mais ici la différenciation a été poussée plus loin et a fourni un type hololeucocrate très acide, qui n'existe pas dans l'archipel. Par contre, je n'ai rencontré aucune lave très mélanocrate, telle que les ankaramites et les ankaratrites de la Grande Comore; mais un terme extrême de différenciation basique ne manque pas en profondeur, si l'on en juge par l'abondance des nodules à olivine se trouvant dans les scories basaltiques des cônes qui bordent la route des Placers dans le Massif d'Ambre.

L'île de Nosy bé renferme dans ses parties nord et sud-est des sédiments calcaires et gréseux liasiques, traversés et métamorphisés par des filons et des intrusions de roches granitiques et syénitiques alcalines à rattacher à la série, si abondante en types intéressants, qui se développe au sud de la baie d'Ampasindava. C'est sur le bord occidental de ces formations sédimentaires que se rencontrent les volcans qui ont édifié la plus grande partie de l'île de Nosy bé; ils sont essentiellement de nature basaltique et ont été émis par des éruptions explosives dont les cônes à cratère sont aussi bien conservés que ceux du Massif d'Ambre; elles ont, elles aussi, donné des coulées épanchées dans les vallées actuelles.

Le caractère essexitique ou même théralitique de ces roches basaltiques est des plus caractérisé : on y remarque des types feldspathiques contenant quelquefois une matière incolore isotrope, mais il existe aussi de véritables

(1) Y compris MnO = 0,40.

limburgites, dans lesquelles il ne se trouve plus de feldspath et où la substance isotrope est très probablement constituée par de l'analcime.

Enfin, il faut signaler encore des laves extrêmement riches en péridot, que je désigne sous le nom d'*ankaratrites picritiques* et sur lesquelles je vais revenir plus loin.

Le seul cas de différenciation acide observé consiste en une rhyolite holocristalline, hololeucocrate, riche en quartz, de l'île Sakatia; elle peut presque être considérée comme un microgranite à grain très fin.

Les analyses suivantes ont été faites, *a* et *d* par M. Pisani, *b* et *c* par M. Boiteau : *a* Basalte essexitique, Ampombilava, III.6.3.4(5); — *b* Limburgite, île Sakatia, III.6.'3.4; — *c* Ankaratrite picritique, Kalompona, [*IV.6.3.4*] IV.1.3'.'2.2; — *d* Rhyolite, île Sakatia, I.4.1(2).3 :

	a.	*b.*	*c.*	*d.*
SiO^2	43,75	43,03	43,30	71,80
Al^2O^3	15,90	13,75	8,57	14,03
Fe^2O^3	2,50	5,98	1,51	1,04
FeO	7,85	7,29	9,2 (1)	1,06
MgO	9,34	6,58	21,20	0,43
CaO	11,10	11,80	9,45	0,90
Na^2O	3,38	3,38	1,91	3,36
K^2O	0,75	2,20	1,07	5,69
TiO^2	2,40	2,32	1,74	0,29
P^2O^5	0,07	0,76	0,13	0,26
H^2O à 105°	3,10	0,66	2,00	0,26
» au rouge		1,87		1,04
	100,14	99,62	100,13	100,16

Dans les deux séries qui viennent d'être passées en revue, toutes les roches sont dosodiques (prédominance en poids de la soude sur la potasse), à l'exception des termes hololeucocrates les plus acides, qui sont sodipotassiques : c'est là une particularité qui se retrouve dans la province d'Ampasindava. Les laves de Nosy bé doivent être rattachées à cette même province, les limites de cette Note ne me permettent pas d'insister sur cette question que je discuterai ultérieurement.

Je désire en terminant donner les caractéristiques des roches que je désigne sous le nom d'*ankaratrites;* elles sont au plus grand nombre des

(1) Y compris $MnO = 0,40$.

basaltes néphéliniques ce que les ankaramites sont aux basaltes feldspathiques; elles en constituent les types les plus mélanocrates. Les roches désignées jusqu'ici sous le nom de *basaltes néphéliniques* (néphélinites à olivine) sont en effet très différentes les unes des autres au point de vue de leur composition quantitative. La plupart d'entre elles [1] sont mésocrates, ou moyennement mélanocrates; le calcul de leur composition virtuelle met en évidence une quantité souvent considérable de feldspaths, de telle sorte que dans ce cas elles sont de véritables hétéromorphes des basaltes théralitiques et des téphrites à olivine (III.6.3.4); leurs formes grenues correspondent aux fasinites [2] (bekinkinites). Par contre, les ankaratrites sont caractérisées par l'extrême prédominance des éléments ferromagnésiens, olivine en phénocristaux, augite titanifère existant en totalité ou en partie seulement sous forme microlitique, ilménite et souvent perowskite, biotite; la néphéline ne comprend guère plus de 10 à 15 pour 100 de la roche; elle est accompagnée très fréquemment par de la mélilite; mais dans tous les gisements malgaches que j'ai étudiés, ce minéral, qui est souvent assez abondant, ne se rencontre jamais d'une façon constante dans une même coulée; c'est ce que j'ai pu constater notamment à Laona, dans l'Ankaratra, et à Amparafaravola, dans le pays Sihanaka. D'ailleurs, ainsi qu'on peut s'en assurer par la comparaison des analyses *c* et *c'*, l'apparition de la mélilite n'est la conséquence que de très minimes variations dans la composition chimique.

Les ankaratrites présentent des variétés limburgitiques, dans lesquelles la néphéline est remplacée par un minéral incolore, monoréfringent; au sud d'Ambato sur la Grande Terre, au sud de Nosy bé, cette matière renferme des inclusions ferrugineuses en couronne, qui font penser à la

---

(1) C'est à ces roches que je conserve le nom de *basaltes néphéliniques* : les *limburgites* en sont des variétés dans lesquelles la néphéline est remplacée par du verre ou de l'analcime.

(2) Je désigne sous le nom de *fasinite*, d'un des radicaux entrant dans la composition d'Ampasindava (*any fasina lava*), la roche grenue formée d'augite et de néphéline avec un peu d'olivine, de biotite, d'apatite, quelquefois d'orthose, d'Ambaliha que j'ai décrite jadis sous le nom d'*ijolite* : Rosenbusch a proposé de l'appeler *bekinkinite*, mais cette appellation peut prêter à l'équivoque, les roches du Bekinkiny constituant un type, quelque peu différent, auquel cette dénomination pourrait être maintenue (les bekinkenites, comprises dans ce sens, sont des fasinites généralement plagioclasiques, toujours riches en hornblende, avec une partie des minéraux blancs transformés en analcime).

leucite; dans une Note précédente, j'ai donné l'analyse d'une roche du même genre provenant de la Grande Comore.

Les ankaratrites constituent dans l'Ankaratra les plus récentes des grandes coulées descendant des hauts sommets. Elles existent aussi dans le Valalafotsy, à Amparafaravola et, sur la côte orientale, au sud de Vohémar et près de Mahanoro.

Analyses des ankaratrites. — *a*. Sommet du Tsiafajavona (M. Boiteau) [*IV*.(*7*)*8*.(*2*)(*3*).'*4*] IV.2.(2)3.2.2 ; — *b*. Laona (type à mélilite), ['*IV*.*7*.*3*.*4*] 'IV.'2.(3).2.2 ; — *c*. Amparafaravola (type à mélilite) ; — *c'*. Id. (type sans mélilite), [*IV*.*7*.*3*.(*3*)*4*]IV.(1)2.3.2.2 ; — *d*. Mahanoro [*IV*.'*8*.(*2*)(*3*).'*4*] IV.'2.3.2.2 ; — *e*. Ankaratrite limburgitique, sud d'Ambato, [*IV*.'*6*.*4*.*4*]IV.2'.2.2.2 (M. Raoult).

	a.	*b*.	*c*.	*c'*.	*d*.	*e*.
SiO^2.........	38,74	39,02	38,70	39,64	39,01	41,34
Al^2O^3........	11,30	11,05	8,30	9,91	7,93	12,87
Fe^2O^3.......	4,28	3,52	4,14	2,50	4,53	4,28
FeO..........	7,71	6,65	8,10	8,79	7,83	8,80
MgO..........	11,97	14,33	16,97	14,76	17,82	11,16
CaO..........	14,43	15,30	14,70	14,60	14,25	13,75
Na^2O........	3,02	2,24	2,62	1,86	1,96	1,42
K^2O.........	1,92	1,38	1,72	1,68	1,54	0,71
TiO^2.........	3,30	3,31	3,20	3,33	3,21	3,00
P^2O^5.........	1,77	1,23	0,70	0,60	1,14	0,84
H^2O à 105°....	0,60	0,36	0,07	0,42	0,19	0,22
» au rouge.	1,28	1,75	0,75	2,12	0,85	1,39
	100,32	100,14	99,97	100,21	100,26	99,78

On voit d'après cette composition que la forme holocristalline grenue des ankaratrites doit être une variété de pyroxénite péridotique, avec ou sans un peu de néphéline, une sorte de jacupirangite à péridot.

Quant à l'ankaratrite de Nosy bé, que j'ai qualifiée plus haut de picritique, elle se distingue du type qui vient d'être défini, plus fréquent, par une quantité beaucoup plus grande de magnésie et par une réduction de la teneur en chaux, ce qui entraîne une grande prédominance de l'olivine sur le pyroxène. Cette roche joue donc par rapport aux ankaratrites le même rôle que les picrites feldspathiques vis-à-vis des ankaramites dans la série des basaltes feldspathiques mélanocrates. Elle constitue un terme de différenciation ultra-basique qui, dans le magma profond de Nosy bé, se poursuit jusqu'à des dunites dont les fragments abondent en plusieurs points de l'île sous forme de nodules à olivine.

M. C. de la Vallée Poussin fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé : *Intégrales de Lebesgue, Fonctions d'ensemble, Classes de Baire;* Leçons professées au Collège de France.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Département de l'Eure. *Rapport du Conseil départemental d'Hygiène publique et de Salubrité et des Commissions sanitaires. Année* 1914.

2° *Bases théoriques de l'Aéronautique. Aérodynamique*, Cours professé à l'École impériale technique de Moscou, par N. Joukowski. Traduit du russe par S. Drzewiecki.

3° Une Notice bibliographique sur le Tome III (an 1804-1807) des *Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août* 1835, par M. A. Boulanger.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur une nouvelle Table de diviseurs des nombres.* Note de M. Ernest Lebon.

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie une extension de la méthode exposée à la fin de ma précédente Note (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 346) pour amener un nombre composé $K;1$ $(K > B)$ à avoir ses facteurs premiers dans deux nombres du Tableau $k;1$ $(k < B)$, par suite, dans beaucoup de cas, pour obtenir ces facteurs sans posséder le Tableau $K;1$.

1. Soit donné un nombre $\alpha;\mathrm{I}$ compris entre B et B^2 et premier avec B. Le nombre $(\alpha;\mathrm{I})\,\mathrm{I}'$, I' étant tel que $\mathrm{II}' = k;1$, est dans le Tableau 1 et a pour caractéristique $K = \alpha\mathrm{I}' + k$. Soit $K > B$. Un nombre $\Phi < B$ est un diviseur de $\alpha;\mathrm{I}$ si, ε_1 étant la caractéristique de Φ_1, la différence $K - \varepsilon_1$ est divisible par Φ_1. Les calculs se font en se servant du Tableau $k;1$. On est conduit à chercher de même si $K - \varepsilon_2$ est divisible par Φ_2, ou à se servir de $\Psi = (\alpha;\mathrm{I}) : \Phi_1$.

Pour trouver des facteurs premiers d'un nombre $\alpha; \mathrm{I}$, ce procédé est beaucoup plus rapide que le procédé classique. Par exemple, soit

$$\alpha; \mathrm{I} = 13\,136\,987 = 437;\ 13\,877.$$

Le Tableau $\mathrm{II}' \equiv 1$ donne

$$\mathrm{I}' = 10\,463, \qquad k = 4835; \qquad \text{d'où} \qquad \mathrm{K} = \mathrm{I}'\alpha + k = 4\,577\,166;$$

au 92e essai, je trouve que K — 200 est divisible par 2027; donc

$$\Phi = 2027, \qquad \Psi = 6481.$$

Par le procédé classique, c'est seulement au 303e essai de nombres premiers à partir de 17 que l'on reconnaît que $\alpha; \mathrm{I}$ est divisible par 2027; de plus, on est obligé de faire les divisions avec $\alpha; \mathrm{I} > \mathrm{K}$.

2. A présent, soit à résoudre le problème général suivant :

Étant donné le nombre $\alpha; \mathrm{I}$ *compris entre* B *et* B^2 *et premier avec* B, *trouver un nombre* $\beta; \mathrm{I}'$ *tel que le produit* $(\alpha; \mathrm{I})\ (\beta; \mathrm{I}')$, *qui est dans le Tableau* 1, *soit égal au produit* $(\varepsilon; 1)\,(\theta; 1)$ *de deux nombres du Tableau* k; 1 *et, par suite, avoir les facteurs premiers de* $\alpha; \mathrm{I}$ *et de* $\beta; \mathrm{I}'$.

Je suppose que $\alpha; \mathrm{I}$ soit composé; on peut alors écrire

$$\alpha; \mathrm{I} = \Phi.\Psi, \qquad \text{avec} \qquad \Phi < \mathrm{B}, \qquad \Psi \gtrless \mathrm{B}.$$

J'appelle φ' et ψ' les indicateurs tels que

$$\Phi\varphi' = \varepsilon; 1, \qquad \Psi\psi' = \theta; 1;$$

d'où il résulte que l'on peut écrire

$$\varphi'\psi' = \beta; \mathrm{I}', \qquad \mathrm{II}' \text{ étant } = k; 1.$$

Entre les caractéristiques des produits égaux $(\alpha; \mathrm{I})\,(\beta; \mathrm{I}')$ et $(\varepsilon; 1)\,(\theta; 1)$, on a l'équation

$$(\alpha; \mathrm{I})\,\beta + \mathrm{I}'\alpha + k = (\varepsilon; 1)\,\theta + \varepsilon, \tag{1}$$

d'où l'on tire, en tenant compte des hypothèses précédentes,

$$\mathrm{I}'\alpha + k - \varepsilon = \Phi\,(\varphi'\theta - \Psi\beta). \tag{2}$$

On sait trouver (§ 1) en même temps une valeur Φ_1 de Φ et la valeur correspondante $\varepsilon_1 < \mathrm{B}$ de ε. De là résulte la valeur φ'_1 de φ'. On a $\Psi_1 = (\alpha; \mathrm{I}) : \Phi_1$. Soit ψ_1 l'indicateur de Ψ_1. Avec ψ_1 on trouve ψ'_1, à

l'aide du Tableau $II' \equiv 1$. *Le produit* $\varphi'_1 \psi'_1$ *donne la valeur* β_1 *de* β. Le produit $\Psi_1 \psi'_1$ donne la valeur θ_1 de θ.

Les facteurs premiers non calculés du nombre $\alpha; I$ et les facteurs premiers du nombre $\beta_1; I'$ sont contenus dans les deux nombres $\varepsilon_1; 1$ et $\theta_1; 1$. Ceux-ci contiennent aussi les facteurs premiers de deux autres nombres $\gamma_1; I_1$ et $\delta_1; I'_1$ tels que $I_1 I'_1 \equiv 1$, respectivement formés avec les produits $\Phi_1 \psi'_1$ et $\Psi_1 \varphi'_1$.

A chaque valeur Φ_n de Φ correspond une valeur $\varepsilon_n < B$ de ε et, par suite, une série de valeurs des autres inconnues.

Supposons que l'on n'arrive pas, avec la valeur Φ_1 de Φ, à trouver une valeur de $\theta < B$, ni avec une autre valeur Φ_2 de Φ_1, etc. Au fur et à mesure des déterminations de valeurs de Φ, on examine si le produit de deux valeurs trouvées pour Φ est $< B$ et s'il conduit à une valeur de $\theta < B$.

La méthode précédente sera rapide pour construire le Tableau 1 si l'on a les facteurs de $\alpha; 1$. Il est à peine utile de faire remarquer que, si l'on se donne deux nombres $\varepsilon; 1$ et $\theta; 1$ du Tableau $k; 1$, on détermine très rapidement les quatre nombres qui en dérivent.

3. *Exemple.* — Soit

$$\alpha;\ 1 = 853\,814\,113 = 28\,432;\ 1153.$$

Le Tableau $II' \equiv 1$ donne

$$I' = 16\,747,\qquad k = 643;\qquad \text{d'où}\qquad I'\alpha + k = 476\,151\,347.$$

Or, à $\varepsilon_1 = 12$ (6ᵉ essai), il y a 89 et à $\varepsilon_2 = 84$ (40ᵉ essai), il y a 311 qui sont diviseurs de $\alpha; I$. Prenant $\Phi = 89.311 = 27\,679$, on trouve

$$\begin{aligned}
&\varepsilon = 17\,189, && \varphi' = 18\,649 = 17.1097, && \Psi = 30\,847,\\
&\psi' = 27\,163 = 23.1181, && \beta = 16\,868, && \theta = 27\,902;\\
&\varepsilon;\ 1 = 17.\ 89.311.1097, && && \theta;\ 1 = 23.109.\ 283.1181;\\
&\alpha;\ I = 89.109.283.\ 311, && && \beta;\ I' = 17.\ 23.1097.1181;\\
&\gamma;\ I_1 = 23.\ 89.311.1181, && && \delta;\ I'_1 = 17.109.\ 283.1097.
\end{aligned}$$

GÉOMÉTRIE. — *Sur les involutions appartenant aux surfaces algébriques.* Note [1] de M. **Lucien Godeaux**, transmise par M. Emile Picard.

Soit F une surface algébrique possédant une involution I_n, ∞^2, d'ordre premier n, douée d'un nombre fini de points de coïncidence. Nous savons

[1] Séance du 4 septembre 1916.

(*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 851 et 1261) que ces points peuvent être de deux espèces : les points de coïncidence parfaite, dont tous les points infiniment voisins sur la surface sont des coïncidences pour l'involution I_n, et les points de coïncidence non parfaite, qui n'ont dans leur domaine du premier ordre que deux points de coïncidence pour I_n. Désignons par γ_1, γ_2 les nombres respectifs de ces points de coïncidence.

Désignons par Φ une surface normale image de l'involution I_n. On sait qu'à un point de coïncidence parfaite correspond un point de diramation qui est un point n-uple conique, à cône rationnel. A un point de coïncidence non parfaite correspond un point double biplanaire auquel sont infiniment voisins successifs $\frac{1}{2}(n-3)$ points doubles dont le dernier est biplanaire. La surface Φ possède donc γ_1 points n-uples coniques, à cône tangent rationnel, et γ_2 points doubles de l'espèce indiquée ci-dessus. Chacun des γ_1 points n-uples est équivalent, au point de vue des transformations birationnelles, à une courbe rationnelle de degré $-n$.

On démontre que les courbes canoniques de la surface Φ rencontrent chacune des γ_1 courbes rationnelles dont il vient d'être question, en $n-2$ points. On peut donc calculer la relation existant entre les genres linéaires $p^{(1)}$ de F et $\pi^{(1)}$ de Φ. On a précisément

$$p^{(1)}-1=n(\pi^{(1)}-1)+(n-1)(n-2)\gamma_1.$$

D'autre part, si l'on désigne par δ la classe de Φ et si l'on considère un faisceau arbitraire de sections hyperplanes de cette surface, on trouve pour son invariant de Zeuthen-Segre i la valeur

$$i=\delta+n(\gamma_1+\gamma_2)-\nu-4\pi,$$

ν et π étant respectivement l'ordre de Φ et le genre de ses sections hyperplanes. La considération du faisceau de courbes de F transformé du faisceau considéré sur Φ donne, pour l'invariant de Zeuthen-Segre I de F, la valeur

$$I=n\delta+(n-1)^2\gamma_1+\gamma_2-n\nu-4n\pi+4n-4.$$

De ces deux formules on déduit

$$n(i+4)-(I+4)=(2n-1)\gamma_1+(n^2-1)\gamma_2.$$

Comme on a

$$p^{(1)}+I=12p_a+9, \qquad \pi^{(1)}+i=12\pi_a+9,$$

on trouve, entre les genres arithmétiques p_a de F et π_a de Φ, la relation

$$n(\pi_a+1)-(p_a+1)=\frac{1}{12}[n+1)\gamma_1+(n^2-1)\gamma_2].$$

On peut aisément construire des surfaces telles que F. Considérons, en effet, deux nombres n_1, n_2, premiers entre eux et premiers avec n, dont la somme soit n. Considérons maintenant la surface

$$(1) \qquad x_1x_2(x_1^n+ax_2^n)+f(x_3, x_4)=0,$$

$f(x_3, x_4)$ étant une fonction homogène e, de degré $n+2$, complète, de x_3, x_4. La surface (1) est invariante pour l'homographie de période n

$$x'_1 : x'_2 : x'_3 : x'_4 = \varepsilon^{n_1}x_1 : \varepsilon^{n_2}x_2 : x_3 : x_4 \qquad \left(\varepsilon = e^{\frac{2i\pi}{n}}\right).$$

Celle-ci engendre sur F une involution d'ordre n possédant $n+4$ points de coïncidence, à savoir les points

$$x_1=x_2=0, \quad f(x_3, x_4)=0 \quad \text{et} \quad x_1=x_3=x_4=0, \quad x_2=x_3=x_4=0.$$

On voit aisément que l'on a

$$\gamma_1=2, \qquad \gamma_2=n+2.$$

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le premier trimestre de* 1916. Note de M. J. **Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Les principaux faits résultant des 61 jours d'observations dans ce trimestre se résument ainsi :

Taches. — Une recrudescence d'activité dans la formation des taches a succédé à l'accalmie qui a distingué le dernier trimestre de 1915 [1] : on a, en effet, enregistré 71 groupes avec une surface totale de 5184 millionièmes, au lieu de 49 groupes et 2631 millionièmes.

La répartition de cette augmentation a été de 13 groupes au sud de l'équateur (40 au lieu de 27) et de 9 au nord (31 au lieu de 22).

Parmi les groupes importants de ce trimestre, un seul a été visible à l'œil nu : c'est, dans l'ordre du passage au méridien central du disque solaire, le cinquième du mois de mars, dans le Tableau I :

Mars 7,9 à — 18° de latitude.

Plusieurs groupes ont paru dans les zones supérieures à ± 30°, dont 1 dans l'hémisphère austral et 4 dans l'autre hémisphère. L'un d'eux, noté le 10 janvier à + 35°

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 466.

de latitude, a reparu à la rotation solaire suivante, le 6 février, à + 37°; l'intervalle entre les deux passages au méridien central a été de 20, 8 jours.

Enfin, la latitude moyenne des groupes de taches a un peu diminué au sud en passant de — 19°, 1 à — 18°, 6 et a augmenté au nord avec + 18°, 2 au lieu de + 17°, 4.

Régions d'activité. — Les facules ont augmenté tant en nombre qu'en étendue : on a, effectivement, enregistré 113 groupes et 102,9 millièmes, au lieu de 97 groupes et 85, 3 millièmes, précédemment.

Dans leur répartition de part et d'autre de l'équateur, on a noté 49 groupes au sud au lieu de 44, et 64 au nord au lieu de 53.

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Janvier 1916. — 0,00.			
1-7	3	1,5		+22	42
27-7	7	2,0	—7		168
1-9	5	3,3		+8	18
29-7	5	3,5		+15	154
1	1	5,0	—28		5
7-10	3	6,4	—19		86
2-9	4	7,0	—17		63
10	1	9,9		+35	6
7-15	6	10,6	—15		113
7-17	7	12,0		+11	203
15	1	13,0	—15		2
15-18	3	13,8	—20		6
17-21	3	15,3		+29	15
18	1	17,3		+13	7
18-22	3	17,7		+24	45
14-15	2	18,9		+13	6
21	1	23,8	—20		9
18-22	3	24,0		+8	21
24-27	3	27,1		+15	147
22-2	5	28,0		+20	100
27-3	3	29,0	—21		117
26-27	2	29,5		+17	5
24-3	4	30,6		+32	19
3	1	31,3		+16	50
	17 j.		—19°,1	+18°,5	
		Février. — 0,00.			
27	1	1,0		+22	11
27-2	2	1,4	—10		5
2	1	2,7	—14		8
2-9	5	3,6	—14		242
6-11	5	6,3	—19		528
6	1	7,7		+37	6
2-13	8	8,4		+10	73
6-14	7	9,5		+19	26
7-16	7	10,9		+11	117
9-17	7	11,6		+16	173
9-14	3	12,3		+26	5
9-16	4	12,5		+15	30
		Février (suite).			
9-21	7	15,8		+17	51
11-21	7	16,2		+10	62
13	1	17,0	—27		21
16-23	4	19,0	—18		105
26	1	25,1	—22		9
20-21	2	25,6	—11		26
25-26	2	26,0	—20		7
	18 j.		—17°,2	+18°,3	
		Mars. — 0,00.			
6-7	2	1,2	—22		177
25-4	7	1,6		+12	96
26-9	10	3,7	—17		122
6	1	6,2		+22	13
1-13	10	7,9	—18		370
2-13	9	8,0		+19	357
10	1	8,8	—13		5
7	1	9,7		+17	8
6-12	6	10,6		+13	19
7-13	6	11,4		+18	12
15	1	12,1	—13		12
12	1	13,1		+12	112
16-17	2	13,1	—13		4
10-19	8	14,3		+36	25
16-20	5	17,0	—23		17
17-19	3	18,1		+10	11
20	1	18,3	—18		18
21-23	3	18,7	—12		16
17-19	3	19,3		+17	5
23	1	21,7		+13	9
21-25	4	22,4		+17	11
17-27	11	22,7	—19		39
18-21	2	23,1	—32		6
20-31	11	26,3		+15	382
21-22	2	27,9	—22		8
3-4	2	29,8		+20	138
24-4	10	30,5	—29		28
26-4	9	31,4		+20	252
	26 j.		—19°,3	+17°,4	

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1916.	Sud. 90°–40°.	40°–30°.	30°–20°.	20°–10°.	10°–0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°–10°.	10°–20°.	20°–30°.	30°–40°.	40°–90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Janvier......	»	»	2	7	»	9	15	2	8	3	2	»	24	1407
Février......	»	»	2	6	1	9	10	2	5	2	1	»	19	1505
Mars.........	»	1	4	8	»	13	15	1	12	1	1	»	28	2272
Totaux....	»	1	8	21	1	31	40	5	25	6	4	»	71	5184

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1916.	Sud. 90°–40°.	40°–30°.	30°–20°.	20°–10°.	10°–0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°–10°.	10°–20°.	20°–30°.	30°–40°.	40°–90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Janvier......	2	2	4	5	»	13	27	2	9	9	6	1	40	37,9
Février......	»	1	5	8	»	14	16	2	7	6	1	»	30	24,9
Mars.........	»	1	8	12	1	22	21	1	13	5	1	1	43	40,1
Totaux....	2	4	17	25	1	49	64	5	29	20	8	2	113	102.9

HYDRAULIQUE. — *Sur les modifications des coups de bélier dans les conduites d'épaisseur et de diamètre variables.* Note de M. **Denis Eydoux.**

Dans des expériences récentes ([1]), M. Camichel a montré que, dans une conduite entièrement purgée d'air et d'épaisseur et de diamètre constants, c'est-à-dire où la vitesse de propagation de l'onde est constante, le coup de bélier provenant d'une fermeture brusque se transmet intégralement le long de la conduite conformément aux formules théoriques.

J'ai pensé à examiner la même question en étudiant le cas d'une conduite formée de tronçons d'épaisseurs et de diamètres différents, comme celles qu'on utilise généralement dans l'industrie.

I. J'ai cherché, dans le cas d'une fermeture brusque envoyant une surpression d'une extrémité à l'autre de la conduite, à me rendre compte de ce qui se passe en un point critique où la vitesse de propagation a varie brusquement pour l'un des deux motifs précités.

Considérons le point critique où a varie brusquement; soient y_1 la pression en aval de ce point, y_2 la pression en amont.

Quand le front de l'onde passe au point critique, il faut écrire à cet instant l'égalité

([1]) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 150.

des pressions $y_1 = y_2$ et l'équation de continuité $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Or, à ce moment, l'onde se réfléchit partiellement et donne lieu dans le premier tronçon à une onde se propageant en sens inverse de la première. Les équations à appliquer [1] sont, en désignant par f_1 le coup de bélier avant que l'onde arrive au point critique,

$$y_1 = y_0 + f_1 - f'_1, \qquad y_2 = y_0 + f_2,$$
$$v_1 = v_{01} - \frac{g}{a_1}(f_1 + f'_1), \qquad v_2 = v_{02} - \frac{g}{a_2} f_2.$$

On en tire, en désignant par α le rapport $\frac{a}{S}$,

$$f_2 = f_1\left(1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right); \qquad f'_1 = f_1 \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Si $\alpha_1 > \alpha_2$, l'onde qui passe est plus faible et une partie est réfléchie avec changement de signe au point critique et vient diminuer la surpression dans le premier tronçon qui fonctionne ainsi comme un tuyau partiellement ouvert à l'extrémité. Si $\alpha_1 < \alpha_2$, l'onde qui passe est augmentée et une onde réfléchie sans changement de signe vient renforcer la surpression dans le premier tronçon, qui fonctionne comme un tuyau partiellement fermé à l'extrémité.

II. Supposons une conduite présentant une partie inférieure de caractéristique α_1 suivie d'une partie indéfinie de caractéristique α_2.

Envoyons un coup de bélier, une compression par exemple; sur le point critique, le coup se réfléchit partiellement. Il passe $f_2 = f_1\left(1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)$. Le coup $-f'_1 = f_1 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1}$ revient en arrière, se réfléchit sur le fond sans changement de signe et revient au point critique où le phénomène recommence. On aura donc, dans le tronçon indéfini, des ondes se suivant et se superposant de telle façon que la surpression finale tend vers la valeur

$$F = f_1\left[1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right]\left[1 + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1} + \left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1}\right)^2 + \ldots\right] = f_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

C'est le coup de bélier qu'on aurait eu si toute la conduite avait été constituée comme la partie supérieure; on le vérifie facilement en posant, suivant la formule connue :

$$f_1 = \frac{a_1 v_{01}}{g}.$$

---

(1) Je viens d'apprendre que, dans un rapport qui doit paraître dans le deuxième volume du Congrès de la Houille blanche de 1914, M. le comte de Sparre a appliqué les mêmes équations, dans un but différent, à l'étude du coup de bélier dans une conduite formée de deux tronçons pour lesquels a est le même.

On trouve alors

$$F = \frac{a_2 v_{02}}{g}.$$

On arrive à cette valeur par oscillations successives, le plus grand écart étant

$$f_1\left(1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right) - f_1\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = f_1\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\,\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Dans le bas, la pression prend successivement les valeurs $y_0 + f_1$, puis $y_0 + f_1 - f'_1$ après l'arrivée de l'onde au point critique, $y_0 + f_1 - 2f'_1$ après réflexion sur le fond... et à la limite

$$y_0 + f_1 - 2f'_1 + 2f''_1 \ldots = y_0 + f_1 + 2f_1\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1} + 2f_1\left(\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1}\right)^2 + \ldots = y_0 + f_1\frac{\alpha_2}{\alpha_1},$$

c'est-à-dire la même valeur que dans la partie supérieure.

Le coup est donc renforcé dans le bas si $\alpha_2 > \alpha_1$; il est, au contraire, atténué si $\alpha_2 < \alpha_1$.

III. Si l'on a une conduite avec plusieurs points critiques, on voit, d'après ce que nous avons dit précédemment, qu'on aura une série de réflexions partielles des ondes sur les divers points critiques, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, avec et sans changement de signe, ce qui produira une sorte de diffusion de l'onde dans la conduite.

Considérons le front de l'onde. Il arrivera à la partie supérieure de la conduite au bout d'un temps $T = \sum \frac{l_i}{a_i}$ et la valeur du coup de bélier, au moment exact où le front de l'onde arrive en haut, sera devenue

$$y - y_0 = f_1 \prod_{i=1}^{i=n-1}\left(1 - \frac{\alpha_i - \alpha_{i+1}}{\alpha_i + \alpha_{i+1}}\right).$$

Cette valeur de la surpression sera d'ailleurs modifiée ensuite par l'arrivée des ondes partiellement réfléchies, avec et sans changement de signe. Si la variation de α est continue et de même sens le long de la conduite, on aura

$$y - y_0 = f_1\left(1 + \int_0^l \frac{d\alpha}{2\alpha}\right) = f_1\left[1 + \frac{1}{2}(L\alpha_l - L\alpha_1)\right].$$

Ces formules indiquent la difficulté des recherches dans les conduites industrielles à épaisseurs variables.

Admettons par exemple deux conduites, l'une de $0^m,81$ de diamètre et dont l'épaisseur variera graduellement de 20^{mm} à la base à 7^{mm} au sommet (usine de Soulom) et l'autre de $0^m,56$ de diamètre et d'épaisseur variant de 30^{mm} à 5^{mm} (usine d'Eget). On a

pour la première

$$a_1 = 1190 \text{ m : sec}, \quad a_l = 690 \text{ m : sec};$$

le coup de bélier au sommet est

$$\Delta y = f_1[1 + 1,15(\log 960 - \log 1190)] = 0,894 f_1.$$

Pour la deuxième

$$a_1 = 1300 \text{ m : sec}, \quad a_l = 970 \text{ m : sec}, \quad \Delta y = 0,854 f_1.$$

Si la variation d'épaisseur, et c'est le cas de la pratique, se produit par changements brusques et non d'une façon continue, la diminution sera encore plus marquée. Si l'on ajoute à cela les effets d'amortissement dus en outre aux renforcements qu'on trouve à chaque joint, comme nous l'indiquons plus loin à propos des Venturis, on voit qu'on arrivera à une diminution très marquée dans le haut de la conduite. Cette particularité, jointe à ce que la surpression dans le haut dure peu (car l'onde de retour sur la surface libre vient l'annuler beaucoup plus rapidement qu'en bas), est de nature à atténuer les graves dangers que fait courir à la partie supérieure d'une conduite la conservation du coup de bélier.

IV. Si, dans une conduite, on a un point critique localisé au cours d'un tronçon d'épaisseur et de diamètre constants (comme un Venturi, par exemple), on passera d'une partie de caractéristique α_1 à une partie de caractéristique α_2 pour revenir tout de suite à la caractéristique α_1.

Le coup de bélier, après ce double passage, sera devenu

$$f_2 = f_1\left[1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right]\left[1 - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right] = f_1\left[1 - \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)^2\right].$$

Le coup réfléchi se composera de deux ondes principales se suivant de très près et réfléchies sur chacune des deux extrémités du point critique

$$f'_1 = f_1 = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \qquad \varphi'_1 = \int_1 \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1}\left[1 - \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)^2\right].$$

Prenons le cas du Venturi où $\alpha_2 > \alpha_1$. La première onde f'_1 vient renforcer f_1. La deuxième est de sens contraire et inférieure à f'_1. La présence du Venturi aura pour résultat de faire apparaître dans la conduite deux tronçons : d'une part, la conduite entière fonctionnant comme un tuyau ouvert à un bout et fermé à l'autre ; d'autre part, la partie située entre l'extrémité aval et le Venturi qui fonctionne comme un tuyau fermé à une extrémité et partiellement fermé à l'autre.

Dans les expériences que M. Camichel et moi avons entreprises en commun à l'usine hydro-électrique de Soulom, nous avons obtenu des graphiques permettant de retrouver ces diverses particularités. Quand on relève le coup de bélier à l'extrémité aval de la conduite, on constate, après un temps $\frac{2l}{a}$ correspondant à la durée de propagation aller et retour jusqu'au Venturi (l désignant la distance de l'extrémité aval au Venturi), la formation d'une pointe correspondant aux deux ondes réfléchies à l'entrée et à la sortie du Venturi. L'expérience a donné une période de $0^s,194$ alors que la période calculée est de $0^s,190$. Il n'est d'ailleurs pas possible de procéder à des mesures sur la hauteur de ces pointes, car, quelle que soit la rapidité de la manœuvre de fermeture, elle est toujours plus longue en pratique que l'intervalle de temps entre les deux ondes, qui est de l'ordre du centième de seconde. Si l'on relève le diagramme immédiatement en aval du Venturi, on constate dès l'origine l'existence de la pointe due à la production immédiate des deux ondes réfléchies et l'on relève plus loin, sur certains diagrammes, plusieurs nouvelles pointes, de moins en moins hautes, dues aux réflexions successives de ces ondes. Sur d'autres relevés, on constate même la présence d'une sinusoïde, rapidement amortie, de période $\frac{2l}{a}$, car la portion de conduite comprise entre le bout aval et le Venturi fonctionne, au point de vue des réflexions de l'onde, comme une conduite fermée aux deux bouts. L'expérience a donné une période de $0^s,195$ au lieu de $0^s,190$.

OPTIQUE. — *L'entraînement des ondes lumineuses et les phénomènes solaires.* Note [1] de M. P. **Zeeman**, transmise par M. Lippmann.

Par des expériences récentes, résumées dans deux Notes précédentes [2], j'ai pu vérifier l'expression $\varepsilon = 1 - \frac{1}{\mu^2} - \frac{\lambda}{\mu}\frac{d\mu}{d\lambda}$ pour le coefficient d'entraînement. C'est l'expression de Fresnel, complétée par le terme complémentaire $-\frac{\lambda}{\mu}\frac{d\mu}{d\lambda}$ dû à Lorentz. Je démontrerai dans la Note actuelle que la présence du terme complémentaire peut donner lieu à un changement de la propagation des ondes dans un milieu, qui d'ailleurs peut être homogène, si la vitesse n'a pas partout la même valeur.

---

(1) Séance du 4 septembre 1916.

(2) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 526, et t. 163, 1916, p. 235.

Considérons un milieu de densité constante et soit v la vitesse du milieu, parallèle à l'axe des x d'un système de coordonnées en repos relativement à l'observateur. Supposons que la vitesse soit une fonction décroissante de la distance z à l'axe des x. Une onde plane, se propageant parallèlement à l'axe des x, subira une rotation parce que les parties de l'onde dans le voisinage de l'axe seront entraînées plus que les autres parties de l'onde plus éloignées de l'axe.

Dans un temps court t, l'angle de rotation (supposé petit) de l'élément de l'onde sera

$$\alpha = \varepsilon \frac{dv}{dz} t, \tag{1}$$

où ε désigne le coefficient d'entraînement dans le milieu considéré.

En exprimant t par la vitesse de la lumière dans le milieu et par le chemin parcouru l, on a

$$\alpha = \frac{\varepsilon l}{\frac{c}{\mu}} \frac{dv}{dz}, \tag{2}$$

c étant la vitesse de la lumière dans le vide et μ de nouveau l'indice de réfraction.

En général l'angle α est extrêmement petit. Il y a une exception pour les milieux qui jouissent de la dispersion anormale, pour les longueurs d'onde dans le voisinage des raies d'absorption.

Dans la valeur admise pour le coefficient d'entraînement, le terme avec $\frac{d\mu}{d\lambda}$ devient alors prépondérant. Dans ce cas, on a

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\mu} \frac{d\mu}{d\lambda} \frac{l}{\frac{c}{\mu}} \frac{dv}{dz} = -\lambda \frac{d\mu}{d\lambda} \frac{l}{c} \frac{dv}{dz}. \tag{3}$$

Si l'on représente par i l'angle entre la normale à la surface de l'onde et la direction de décroissance maximum de la vitesse, on trouve

$$\alpha = -\lambda \frac{d\mu}{d\lambda} \frac{l}{c} \frac{dv}{dz} \sin i. \tag{4}$$

Cette équation permet la construction du rayon par points successifs, si l'on commence à un point donné dans une direction donnée.

Il paraît intéressant de réunir dans un Tableau quelques données, observées et calculées, qui se rapportent à l'eau, au sulfure de carbone et à la vapeur de sodium. Dans la première colonne, λ est donné en U.Å. La

troisième contient $-\frac{d\mu}{d\lambda}$ (λ en centimètres). La quatrième colonne donne le coefficient d'entraînement. Les indices de la vapeur de sodium sont déduits de Wood.

Eau.

λ en U.Å.	$\mu_{obs.}$	$-\frac{d\mu}{d\lambda}$.	ε.	$-\frac{\lambda}{\mu}\frac{d\mu}{d\lambda}$.
4500	1,3393	650	0,464	0,021
4580	1,3388	615	0,463	0,021
5461	1,3346	390	0,454	0,015
6440	1,3314	270	0,449	0,013
6870	1,3308	216	0,447	0,012

Sulfure de carbone.

4358	1,6750	5000	0,774	0,130
5461	1,6370	1900	0,690	0,063
6870	1,6160	1200	0,668	0,051

Vapeur de sodium.

λ en U.E.	$\mu_{obs.}$	$-\frac{d\mu}{d\lambda}$.	$-\frac{\lambda}{\mu}\frac{d\mu}{d\lambda}=\varepsilon$.
5882	0,9908		
		$1,3.10^5$	7,8
5885	0,9870		
		$8,1.10^5$	48
5886,6	0,9740		
		$17\ .10^5$	102
5888,4	0,9443		
		$280\ .10^5$	2100
5889,6	0,614		

Si l'on se propose de développer quantitativement l'idée qui sert de base aux équations (2) et (3), pour l'appliquer aux phénomènes solaires, on se heurte à la difficulté d'accepter des valeurs probables pour les quantités qui figurent dans les équations.

Dans le voisinage des surfaces de discontinuité, $l\frac{dv}{dz}$ peut prendre des valeurs énormes.

Même avec une densité très faible d'une vapeur métallique il paraît possible que l'entraînement des ondes puisse donner des effets observables.

Cela exigerait de plus amples développements. Le but principal de cette Note est de faire ressortir que, même dans une vapeur métallique homogène, l'*existence simultanée de dispersion et de différences de vitesse* peut courber les rayons qui traversent le milieu.

ACOUSTIQUE. — *Influence du vent sur les conditions d'audition du son.* Note (¹) de M. A. Perot, présentée par M. Deslandres.

L'influence du vent sur la transmission du son à faible distance est bien connue; sous le vent d'une source sonore, on entend beaucoup mieux qu'à contre-vent. Les événements récents et notamment l'attaque de Picardie ont rappelé l'attention sur un autre phénomène, l'audition à très grande distance des sons intenses, avec une zone de silence. La continuité du bombardement a permis de fixer définitivement un point intéressant : c'est par les vents de Sud à Ouest, c'est-à-dire *à contre-vent*, que le bruit du canon est perçu dans des localités éloignées d'environ 120^{km} de l'endroit de l'émission; par vent du Nord ou de l'Est, le bruit y est rigoureusement nul.

Le phénomène peut s'expliquer si l'on admet que le vent existe dans une zone assez épaisse de l'atmosphère, et qu'au-dessus règne, soit le calme, soit un vent de sens contraire, ou même un vent de même sens, mais moins fort. Une explication analogue s'applique au phénomène inverse qui se produit à contre-distance :

1° Une source sonore, fixe, placée dans un milieu en repos, émet des ondes sonores qui se propagent avec une vitesse constante dans toutes les directions, indépendante d'ailleurs de la pression, variable seulement avec la température, mais dans de faibles proportions.

S'il existe un vent constant, d'une vitesse de 10^{m} par seconde, par exemple, la vitesse du son, pour un observateur fixe, sera de 340^{m} dans la direction du vent, de 320^{m} dans la direction contraire; c'est-à-dire que dans la direction du vent, on pourra considérer la réfringence acoustique du milieu comme d'autant plus faible que le vent est plus fort, croissant par suite, à mesure qu'on s'élèvera dans l'atmosphère à partir de la région où le vent diminue, et comme décroissant, pour la direction contraire. Dans cette dernière direction, c'est-à-dire à contre-vent, la variation de cette réfringence est donc inverse de celle de la réfringence optique dans le cas du mirage (²), et les rayons sonores émis sous un certain angle au-dessus de l'horizon formeront une caustique qui pourra passer par le point où se trouve l'observateur (*fig.* 1). Comme la zone où est produit le son est étendue, on rencontrera des caustiques dans toute une région; entre cette région et le lieu de l'émission on aura une zone de silence. Sur une caustique

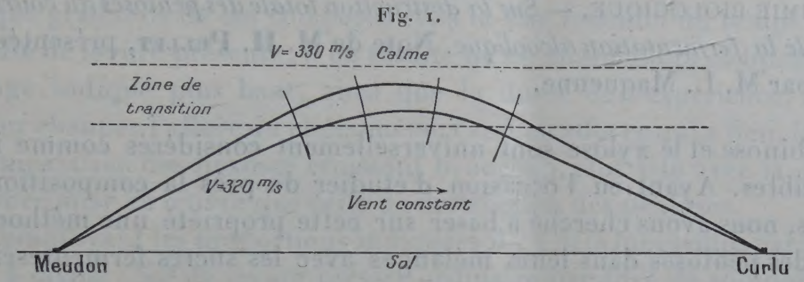
---

(¹) Séance du 21 août 1916.

(²) Cf. Macé de Lépinay et A. Perot, *Étude du mirage* (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. 27, p. 94).

le son aura d'ailleurs une intensité beaucoup plus grande que si la transmission était normale.

Fig. 1.

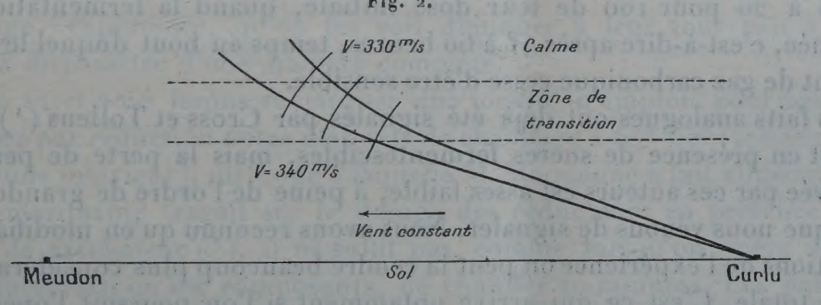


Il semble du reste résulter d'expériences sur lesquelles je ne puis m'étendre, que le son n'arrive pas à l'oreille tangentiellement au sol, mais sous un angle très notable, ce qui correspond bien à un cas de mirage.

Les conditions atmosphériques, vitesse du vent, épaisseur de la couche où il souffle, ferait d'ailleurs varier l'étendue de la zone de silence, et les conditions de l'audition.

Sous le vent il se produira au contraire une dispersion des rayons sonores (*fig.* 2), et par suite aucun effet de mirage n'aura lieu ; le son ne parviendra pas à grande distance.

Fig. 2.



2° D'autre part, dans le cas d'un bruit terrestre faible, la vitesse du vent est diminuée à la surface du sol par les obstacles naturels et le frottement, de sorte qu'elle va en augmentant quand on s'écarte de celui-ci. On est donc dans des conditions inverses de celles de l'audition du son du canon à grande distance. Dans le sens du vent les rayons sonores seront rabattus vers le sol, tandis que dans l'autre sens ils s'en écarteront. Il résulte de là que l'énergie reçue par un observateur placé sous le vent sera accrue et par suite le bruit plus intense que si l'observateur est à contre-vent.

Il serait intéressant de vérifier qu'à grande distance du sol l'audition est presque indépendante du sens du vent; des expériences en ballon captif pourront peut-être être faites.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la destruction totale des pentoses au cours de la fermentation alcoolique.* Note de M. **H. Pellet**, présentée par M. L. Maquenne.

L'arabinose et le xylose sont universellement considérés comme infermentescibles. Ayant eu l'occasion d'étudier de près la composition des mélasses, nous avons cherché à baser sur cette propriété une méthode de dosage des pentoses dans leurs mélanges avec les sucres fermentescibles, saccharose, raffinose, glucose, lévulose ou mannose.

Nous avons d'abord procédé à des essais préliminaires, en étudiant l'action de différentes levures sur des quantités connues d'arabinose ou de xylose, mélangés ou non à du saccharose ou de la mélasse, de façon à voir si après la fermentation on retrouve bien les pentoses ajoutés.

En opérant dans les conditions ordinaires indiquées pour obtenir une bonne fermentation des mélasses de betteraves, c'est-à-dire avec une solution renfermant par litre 200^g de mélasse (90^g à 100^g de saccharose) et 5^g à 10^g de levure, additionnée de 1^g à 2^g d'arabinose ou de xylose et maintenue à la température de 28°-32°, il y a toujours une perte de pentoses, s'élevant de 10 à 20 pour 100 de leur dose initiale, quand la fermentation est terminée, c'est-à-dire après 48 à 60 heures, temps au bout duquel le dégagement de gaz carbonique cesse d'être sensible.

Des faits analogues ont déjà été signalés par Cross et Tollens (¹), également en présence de sucres fermentescibles, mais la perte de pentoses observée par ces auteurs est assez faible, à peine de l'ordre de grandeur de celle que nous venons de signaler. Nous avons reconnu qu'en modifiant les conditions de l'expérience on peut la rendre beaucoup plus considérable et même totale. C'est ce qui arrive notamment si l'on poursuit l'opération ci-dessus décrite, sur le même liquide toujours maintenu à 28°-32°, en y ajoutant chaque jour 5^g de levure neuve, haute ou basse; alors on constate que les pentoses restants continuent à diminuer, si bien qu'après 3 ou 4 jours il n'en reste plus trace.

La même chose a lieu, c'est-à-dire les pentoses disparaissent aussi complètement, quand on opère de la même façon avec des solutions d'arabinose ou de xylose purs, additionnées seulement des matières nutritives, minérales et azotées, qui sont nécessaires pour entretenir la vitalité de la levure.

(¹) *Chem. Centralblatt*, t. I, 1911, p. 834; *Bull. Assoc. chim. de sucrerie*, 1911-1912, p. 710.

Il est donc impossible, dans ces conditions, d'effectuer un dosage, même approximatif, des pentoses préexistants. Mais, comme on vient de le voir, l'attaque graduelle de ces composés est à la fois fonction du temps et de la quantité de levure présente; il en résulte qu'en modifiant la composition du mélange indiqué plus haut, ainsi que la durée de l'expérience, on doit pouvoir changer l'allure du phénomène. C'est en effet ce qui a lieu, la vitesse de fermentation des hexoses croissant beaucoup plus vite avec la quantité de levure mise en œuvre que celle de destruction des pentoses.

En employant les proportions indiquées il y a déjà longtemps par M. Nolhant, à savoir : 50^g de levure pressée ordinaire par litre de solution contenant 100^g de mélasse, soit 45^g à 50^g de sucres fermentescibles, la fermentation du sucre est ordinairement complète après 24 heures, et alors les pentoses, s'il y en avait, se retrouvent en totalité dans la vinasse résiduelle.

Il en est de même quand on applique le même mode opératoire à des solutions de saccharose pur ou additionné de pentoses : si le sucre est pur il ne reste pas trace de matières réductrices après 24 heures; s'il a été mélangé d'arabinose ou de xylose, le résidu réduit comme réduiraient l'arabinose ou le xylose employés s'ils étaient seuls. La levure, même à haute dose, ne les attaque donc pas pendant ce temps qui pourtant suffit à la fermentation totale du sucre ordinaire; ce n'est que plus tard, si l'on prolonge l'expérience, qu'on les voit diminuer à leur tour peu à peu, jusqu'à disparaître d'une manière complète.

A ce sujet nous ferons remarquer que lorsqu'on emploie pour doser les pentoses par réduction notre méthode de chauffage à 63°-65° (température du liquide intérieur), méthode à laquelle M. Maquenne a fait allusion dans son remarquable travail sur le dosage des réducteurs en présence d'un excès de saccharose [1], il ne suffit pas, comme lorsqu'on opère sur du sucre interverti ou ses composants, de chauffer 10 minutes. Les pentoses réduisant beaucoup moins vite que les hexoses, à cette température, la chauffe doit alors être prolongée pendant une demi-heure.

A l'appui de ce que nous venons de dire nous citerons les exemples suivants :

1° Solution d'arabinose pur à 2^g par litre. Après 24 heures de digestion avec 50^g de levure on retrouve exactement les 2^g de sucre employé; après 48 heures le liquide n'en renferme plus que 1^g,05; après 72 heures l'arabinose a complètement disparu.

2° Solution de mélasse additionnée de 1^g d'arabinose, comparée à une solution également concentrée de mélasse seule; 50^g de levure comme ci-dessus. Après 24 heures,

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 145.

la solution sans arabinose ne renferme plus qu'une très faible quantité d'inverti qui, défalquée de la somme des réducteurs trouvés dans le liquide à arabinose, donne pour ce dernier $1^g,024$, c'est-à-dire à très peu près le chiffre théorique; après 36 heures la perte en arabinose est de 37,5 pour 100 et après 48 heures la solution ne réduit plus : le pentose a été complètement détruit.

Cette dernière expérience est relative à la mélasse de betteraves; elle montre qu'il faut attendre 24 heures pour décomposer les sucres fermentescibles sans toucher aux pentoses. Avec la mélasse de cannes, qui fermente plus rapidement que celle de betteraves, les choses ne se passent plus tout à fait de la même manière : au bout de 24 heures il y a déjà une perte sensible de pentoses. Il faut dans ce cas arrêter l'opération après 6 ou 12 heures, au plus, alors qu'il y encore dans le liquide un peu de sucre non fermenté.

Cette observation est importante, car elle montre que, lorsqu'on veut rechercher les pentoses en présence d'une quantité notable de sucre ordinaire par voie de fermentation, il ne faut pas trop prolonger celle-ci, sous peine de décomposer une partie plus ou moins grande du pentose cherché. La vitesse de cette décomposition est d'ailleurs variable avec la composition du liquide et notamment avec sa richesse en sucres fermentescibles.

Grâce à cette nouvelle méthode de recherche, nous avons pu nous assurer que la mélasse de betteraves ne contient pas de pentoses en proportion appréciable et que la mélasse de cannes renferme un principe réducteur certainement différent de l'arabinose et du xylose, car les levures n'ont absolument aucune action sur lui, quelles que soient la quantité de ferment employé et la durée de son action. Il s'agit sans doute là du *glutose*, découvert par Alberda van Ekenstein et déjà signalé par ce savant dans les dites mélasses.

Quels sont maintenant les produits de cette pseudo-fermentation des pentoses? Ces corps sont-ils purement et simplement utilisés par la levure à sa nutrition, comme le pensent Cross et Tollens, ou sont-ils transformés par elle en produits non réducteurs plus simples? C'est ce que de nouveaux essais pourront seuls nous apprendre.

Actuellement introuvables dans le commerce, l'arabinose et le xylose que nous avons employés dans ces recherches ont été mis gracieusement à notre disposition par M. Maquenne; nous sommes heureux de pouvoir lui en exprimer ici nos plus sincères remercîments.

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

G. D.